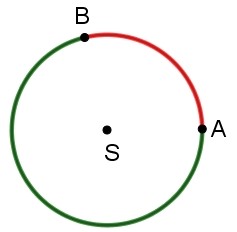
6.2. Duljina kružnog luka

* **Duljina kružnog luka (1)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kružnom luku (vrednovanje za učenje).

**Kružni luk** je dio kružnice omeđen dvjema njezinim točkama.

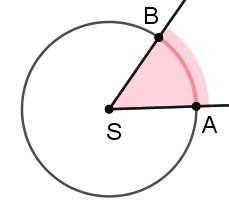
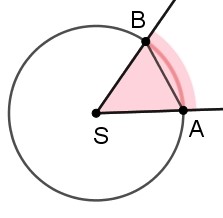






**Aktivnost 2 – Sradišnji kut kružnice**

Uz razgovor s učenicima pomoću prezentacije (e-sfera: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> e-Matematika -> Središnji kut kružnice) učitelj definira središnji kut kružnice i pridružuje mu tetivu i kružni luk na jedinstven način.

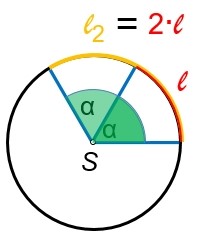
**** 

**Središnji kut kružnice** je kut čiji je vrh središte kružnice. Središnjem kutu  pridružena je i tetiva  .

Središnjem kutu  pridružen je kružni luk  .

**Tetivama (kružnim lukovima)** jednakih duljina pripadaju **središnji kutovi** jednakih veličina.

Uz razgovor s učenicima pomoću *slajda 1* prezentacije (e-sfera: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> e-Matematika -> Duljina kružnog luka) učitelj pokazuje kako su **veličina središnjeg kuta i duljina kružnog luka proporcionalne veličine**.



**Aktivnost 3 – Omjer duljine kružnog luka i duljine kružnice**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 3.* učitelj, služeći se činjenicom da su veličina središnjeg kuta i duljina kružnog luka proporcionalne veličine, pokazuje kako odrediti duljinu kružnog luka za specifične vrijednosti središnjeg kuta (npr. 30° i 90°)

Učenici rješavaju zadatak 47. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

U primjeru 3. vidjeli smo da je **omjer duljine kružnice (*o*) i duljine kružnog luka (*l*) jednak omjeru veličine središnjih kutova koji im odgovaraju.**







**Duljinu kružnog luka** *l* koji je pridružen središnjem kutu veličine *α* u kružnici s duljinom polumjera *r* računamo prema formuli:



**Aktivnost 4 – Računanje duljine kružnog luka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 4.* učitelj pokazuje kako izračunati duljinu kružnog luka ako su zadani duljina polumjera i veličina središnjeg kuta pridruženog tom kružnom luku.

Učenici rješavaju zadatke 48. i 49. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 56.

**Duljina kružnog luka (2)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kružnom luku, pripadnom središnjem kutu, odnosu duljine kružnog luka i pripadnog središnjeg kuta i o načinu određivanja duljine kružnog luka (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Računanje veličine središnjeg kuta pridruženog kružnom luku**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 5.* učitelj pokazuje kako izračunati veličine središnjeg kuta pridruženog kružnom luku ako su zadani dijametar kružnice i duljina kružnog luka.

Učenici rješavaju zadatke 50. – 53. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke 58.b, 59.b, 61.b te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> Matematika + -> provjera znanja Duljina kružnog luka (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> Matematika + -> provjera znanja Duljina kružnog luka (kratki kviz)
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 57.a,e, 58.a,e, 60.c, 61.c
* **Duljina kružnog luka (3)**

**Aktivnost 1 - Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kružnom luku, pripadnom središnjem kutu, odnosu duljine kružnog luka i pripadnog središnjeg kuta, načinu određivanja duljine kružnog luka te veličine središnjeg kuta (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Povežite i primijenite**

Učenici rješavaju zadatke 66., 72., 75., 79. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Računanje opsega kružnog isječka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 6.* učitelj pokazuje kako izračunati opseg kružnog isječka ako su zadani pripadni središnji kut i duljina kružnog luka.

Učenici rješavaju zadatke 54. – 55. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti u kojima je vidljiva interdisciplinarnost**

* Aktivnost 2, domaća zadaća – svakodnevni život

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 63. – 65.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Povežite i primjenite: 67., 70., 76., 82.
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o o kružnom luku, pripadnom središnjem kutu, odnosu duljine kružnog luka i pripadnog središnjeg kuta, načinu određivanja duljine kružnog luka te veličine središnjeg kuta (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru u bilježnicu odgovaraju na pitanja iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Kakav je međusobni odnos duljine kružnog luka i njemu odgovarajućega središnjeg kuta?
* Prema kojoj formuli računamo opseg kružnog isječka?
* U dvjema kružnicama različitih duljina polumjera označeni su kružni lukovi jednakih duljina. Kojemu kružnom luku pripada veći središnji kut?
* U dvjema kružnicama različitih duljina polumjera *r*2 = 2 *r*1 označeni su kružni lukovi različitih duljina tako da je *l*2 = 2 *l*1. U kakvom su odnosu veličine središnjih kutova?

Zatim kroz razgovor argumetiraju objašnjenje u paru. Učitelj moderira raspravu (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju zadatke s nastavnog listića (dostupan je i na e-sfera: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> e-Matematika -> Interaktivna simulacija Duljina kružnog luka) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> Matematika + -> provjera znanja Duljina kružnog luka (dugi kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.4.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.4. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> Matematika + -> provjera znanja Duljina kružnog luka (dugi kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 7 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 7.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 56. – 58.d, 60. – 61. b
* Povežite i primjenite: 68., 73., 77.

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Nacrtajte *k*(*S*, 2 *cm*) i na njoj proizvoljni kružni luk . Izmjerite veličinu pripadnog središnjeg kuta.
* Nacrtajte *k*(*S*, 3 *cm*) i neka dva luka kojima su pridruženi središnji kutovi veličine 40°.
* Izračunajte duljinu kružnog luka ako je: .
* Izračunajte duljinu kružnog luka ako je: .

♦ Pitanja:

* Nacrtajte *k*(*S*, 2 *cm*) i na njoj proizvoljni kružni luk . Izmjerite veličinu pripadnog središnjeg kuta.
* Nacrtajte *k*(*S*, 3 *cm*) i neka dva luka kojima su pridruženi središnji kutovi veličine 50°.
* Izračunajte duljinu kružnog luka ako je: .
* Izračunajte duljinu kružnog luka ako je: .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

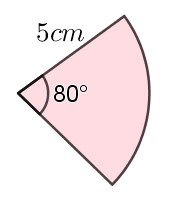
* Izračunajte veličinu središnjeg kuta ako je: .
* Izračunajte duljinu polumjera kružnice ako je: .
* Izračunajte veličinu središnjeg kuta ako je: .

♦ Pitanja:

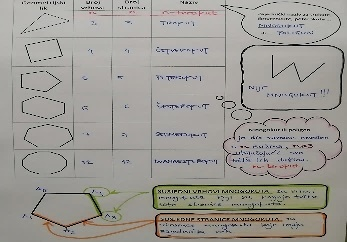
* Izračunajte veličinu središnjeg kuta ako je: .
* Izračunajte duljinu polumjera kružnice ako je: .
* Izračunajte veličinu središnjeg kuta ako je: .

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte duljinu kružnog luka nad jednom stranicom pravilnog dvanaesterokuta upisanog u kružnicu radijusa 8 cm.
* Točke *A* i *B* dijele kružnicu u omjeru 1 : 3. Izračunajte duljine kružnih lukova i ako je duljina polumjera kružnice 17 cm.
* Izračunajte opseg kružnog isječka sa slike.

♦ Pitanja:

* Izračunajte duljinu kružnog luka nad jednom stranicom pravilnog osamnaesterokuta upisanog u kružnicu radijusa 12 cm.
* Točke *C* i *D* dijele kružnicu u omjeru 4 : 5. Izračunajte duljine kružnih lukova i ako je duljina polumjera kružnice 25 cm.
* ****Izračunajte opseg kružnog isječka sa slike.

**Primjer 4:** Lista za samoprocjenu 1 (Prilog C)

Tvrdnje:

* Određujem duljinu kružnog luka ako je zadan radijus kružnice i veličina pripadnog središnjeg kuta.
* Određujem veličinu središnjeg kuta ako je zadan radijus kružnice i duljina pripadnog kružnog luka.
* Određujem duljinu polumjera kružnice ako je zadana duljina kružnog luka i veličina pripadnog mu središnjeg kuta.
* Određujem opseg kruga ako je zadana duljina kružnog luka i veličina pripadnog mu središnjeg kuta.
* Određujem duljinu kružnice ako je zadan radijus kružnice i duljina nekog kružnog luka.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Središnji kut kružnice je kut čiji je vrh središte križnice.
* Duljinu kružnog luka ovisi o duljini polumjera kružnice i o veličini kružnom luku pripadnog središnjeg kuta.
* Što je središnji kut veći duljina kružnog luka je manja.

Zadatci:

* Nacrtajte *k*(*S*, 25 m*m*) i na njoj proizvoljni kružni luk . Izmjerite veličinu pripadnog središnjeg kuta.
* Izračunajte duljinu kružnog luka ako je: .

**Primjer 2:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Izračunajte veličinu središnjeg kuta kojemu u kružnici polumjera duljine 12 cm odgovara kružni luk duljine 16.956 cm.
2. Izračunajte duljinu polumjera kruga ako kružnom luku duljine 155.43 mm odgovara središnji kut veličine 198°.
3. Izračunajte veličinu središnjeg kuta u kružnici opsega 94.2 cm ako je duljina pripadnog kružnog luka 15.7 cm.

**Primjer 3:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* U krug opsega *o* upisan je kvadrat. Za duljinu kružnom luka *l* nad stranicom kvadrata vrijedi *l* =*o* : 4.
* Opseg kružnog isječka možemo izračunati

ako znamo duljinu polumjera kruga i duljinu pripadnog kružnog luka.

* Opseg kružnog isječka računamo po formuli

.

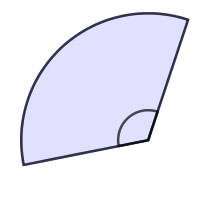
Zadatci:

* Koliki put prijeđe vrh velike kazaljke sata duge 1 dm za 20 minuta?
* Izračunajte opseg kružnog luka ako je: .

**Primjer 4:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Nacrtajte *k*(*S*, 2 *cm*) i na njoj proizvoljni kružni luk . Izmjerite veličinu pripadnog središnjeg kuta pa izračunajte duljinu kružnog luka .
2. Izračunajte opseg kružnog isječka sa slike.



**Nastavni listići**

*Uputa za timski rad:*

*Tim se sastoji od četiri učenika* ***A****,* ***B****,* ***C*** *i* ***D****. Svaki učenik rješava jedan od zadataka* ***A****,* ***B****,* ***C*** *i* ***D****. Potom par* ***AB*** *rješava zadatak* ***AB****, a par* ***CD*** *zadatak* ***CD****. Na kraju cijeli tim rješava zadatak* ***ABCD****.*

*Rješenja pojedinih zadataka su ulazni podatci za nove zadatke. Kontrolirajte međusobno vaša rješenja!!!*

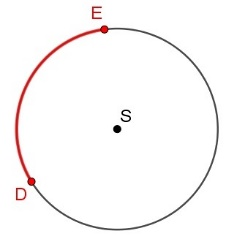
|  |  |
| --- | --- |
| **A** | Izračunajte duljinu polumjera kruga ako kružnom luku duljine 59.346 mm odgovara središnji kut veličine 162°.  *Rješenje:* \_\_\_\_\_\_\_ mm |
| **B** | Izračunajte duljinu kružnog luka u kružnici radijusa 4 cm ako je njemu pridruženi središnji kut veličine 92°15'.  *Rješenje:* \_\_\_\_\_\_\_ cm |
| **C** | Izračunajte veličinu središnjeg kuta kojemu u kružnici polumjera duljine 4.8 cm odgovara kružni luk duljine 30.144 mm.  *Rješenje:* \_\_\_\_\_\_\_ ° |
| **D** | Izračunajte opseg kruga ako kružnom luku duljine 12.56 cm odgovara središnji kut veličine 18°.  *Rješenje: ­­*\_\_\_\_\_\_\_ dm |

|  |  |
| --- | --- |
| **AB** | Izračunajte veličinu središnjeg kuta kružnice pridruženog kružnom luku čija je duljina duljine kružnog luka iz zadatka **B**, a polumjer kružnice je za 10.2 cm dulji od polumjera kruga iz zadatka **A**.  *Rješenje:* \_\_\_\_\_\_\_ ° |
| **CD** | Izračunajte duljinu kružnog luka kružnice čiji je polumjer 12 mm kraći od opsega kruga iz zadatka **D**, a pridruženi središnji kut duplo veći od središnjeg kuta kužnice iz zadatka **C**.  *Rješenje:* \_\_\_\_\_\_\_ dm |

|  |  |
| --- | --- |
| **ABCD** | Izračunajte opseg kružnog isječka kojem je središnji kut sukladan središnjem kutu iz zadatka **AB**, a kružni luk sukladan kružnom luku iz zadatka **CD**.  *Rješenje: ­­*\_\_\_\_\_\_\_ dm |

Napomena: Nastavni listić je dostupan i na e-sferi: Krug i kružnica -> Duljina kružnog luka -> e-Matematika -> Interaktivna simulacija Duljina kružnog luka

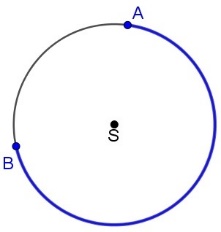
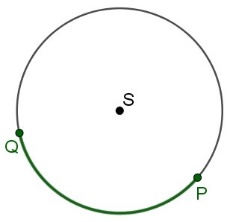
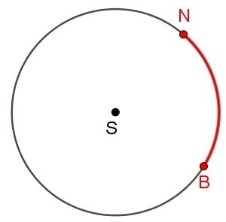
**Dopunski zadatci**

1. Zaokružite točan odgovor.

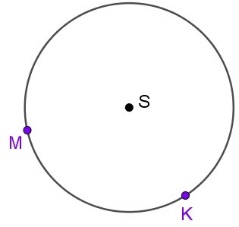
Na kružnici je crvenom bojom istaknut kružni luk:

1.  b. 

2. Svakom kružnom luku na slici pridružite pripadni središnji kut.



a) b) c)

3. Bojom istaknite kružni luk  i njemu pripadni središnji kut.

Veličina središnjeg kuta  je: \_\_\_\_\_\_\_\_\_

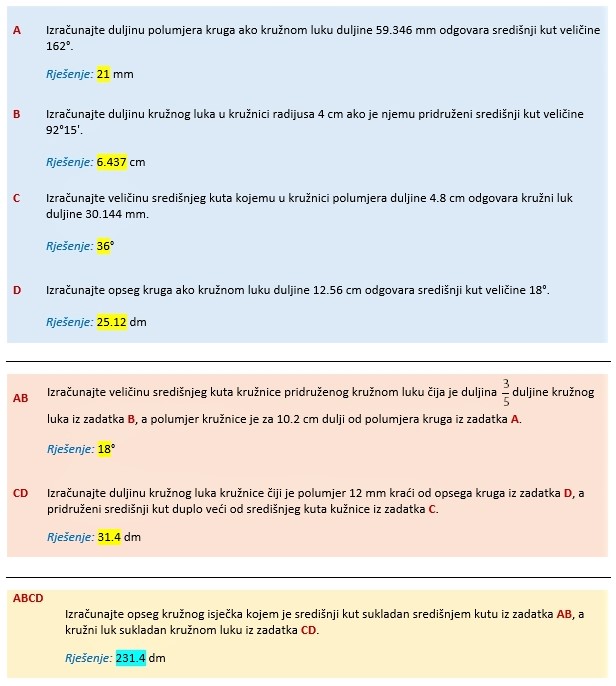
4. a) Nacrtajte i na njoj označite kružni luk pridružen središnjem kutu veličine 72°.

b) Izračunajte duljinu kružnog luka iz zadatka a).

5. Izračunajte veličinu središnjeg kuta kojemu u kružnici radijusa 4.2 cm odgovara kružni luk duljine

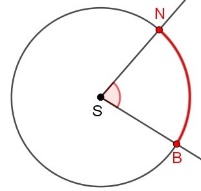
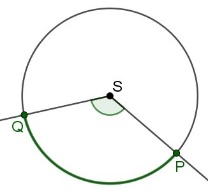
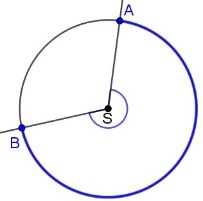
9.891 cm.

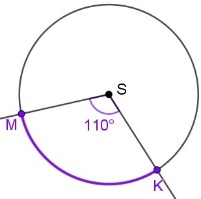
**Rješenja nastavnog listića**

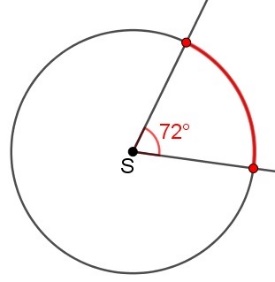


**Rješenja dopunskih zadataka**

1. b.

2. a) b) c)

3. 



4. a) b) 

5. 